Proyecto CLCript
Cuadernos de Laboratorio de Criptografía. Entrega nº 5. Última actualización 11/06/18
Autor: Dr. Jorge Ramió Aguirre (@criptored)
Prácticas con el algoritmo RSA: claves parejas

- Software genRSA v2.1: http://www.criptored.upm.es/software/sw_m001d.htm
- Lectura de interés: http://www.criptored.upm.es/crypt4you/temas/RSA/leccion4/leccion04.html
- Lectura de interés: https://en.wikipedia.org/wiki/Safe_prime

Objetivos:

1. Observar las claves privadas parejas y las claves públicas parejas de una clave RSA.
2. Comprobar que dichas claves realizan la misma función que sus claves directas.
3. Comprobar que con el uso de primos seguros se minimiza la cantidad de estas claves parejas.
4. Comprobar que este fenómeno no se traduce en una vulnerabilidad en RSA.

I. Claves privadas parejas en RSA

Ejercicio 1)

1.1. Con genRSA v2.1 genera de forma Manual una clave RSA con p = 31, q = 101, e = 7 en formato decimal.

1.2. Observa que se obtienen 10 claves privadas parejas CPP y que la separación entre ellas es el valor 300 como se aprecia: 43, 343, 643, 943, 1.243, 1.543, 1.843, 2.443, 2.743, 3.043, excepto en la zona donde se encuentra la clave privada 2.143.

1.3. Comprueba con genRSA v2.1 que en Operaciones al cifrar el valor 2.145 se obtiene el criptograma 2.238 y que al descifrarlo con cualquiera de esas claves privadas, se recupera el mensaje original 2.145.

1.4. Comprueba una de estas operaciones con la calculadora de Windows, por ejemplo: $2.238^{43} \bmod 3.131 = 2.145$.

1.5. Genera de forma Automática, con p y q de igual tamaño y Clave pública = 65.537 (no actives primos seguros) varias claves de 1.024 bits en decimal, hasta obtener alguna con más de 25 CPP.

1.6. Observa el tamaño de esas claves privadas parejas (ordenadas de menor a mayor), usando el *scrollbar* horizontal y vertical de esa ventana.

1.7. Cambia las Unidades a hexadecimal y genera de forma Manual esta clave:
p =
BEC96D795ADE4CC6FAA73676E43EB08867C81C6C864938729FBDE9834A64370F845D9
8460D76718B0E43DA25FF6DA238C84D92F426B9F60D511E5A6BDCCF92E1
q =
F25CB470A2CF2CD35756E7F72D4BE5AB48918A92527AF42371E88CF376B3DB37584BA
084E09F1FDAA53DBBE13BBAC772A8549A5917D6E15AD1BC3A726898FFEF
e = 10001

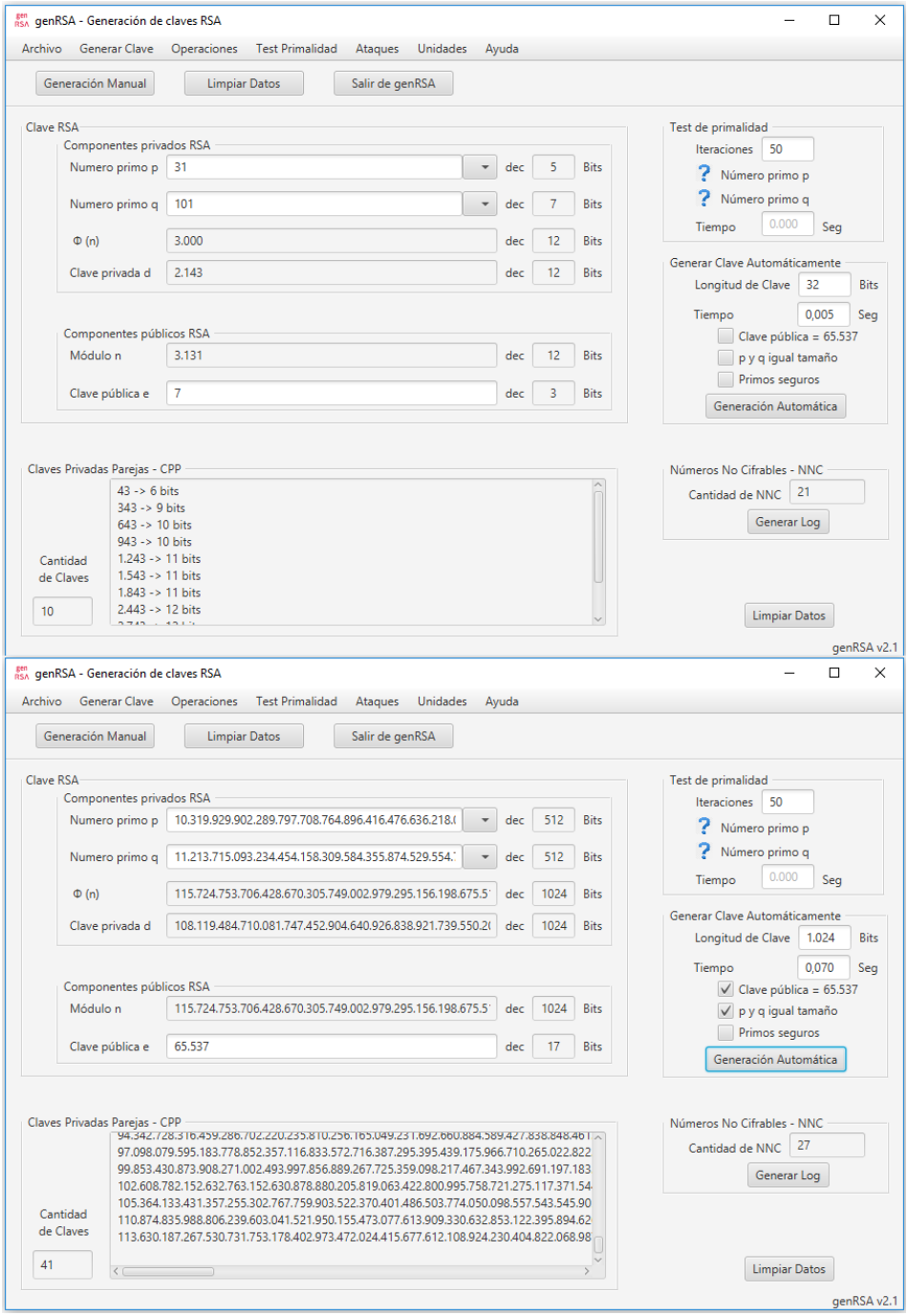
1.8. Observa la cantidad de CPP que se obtienen y vuelve a usar el *scrollbar*. Guarda esta clave como clave1024_muchasCPP.html.

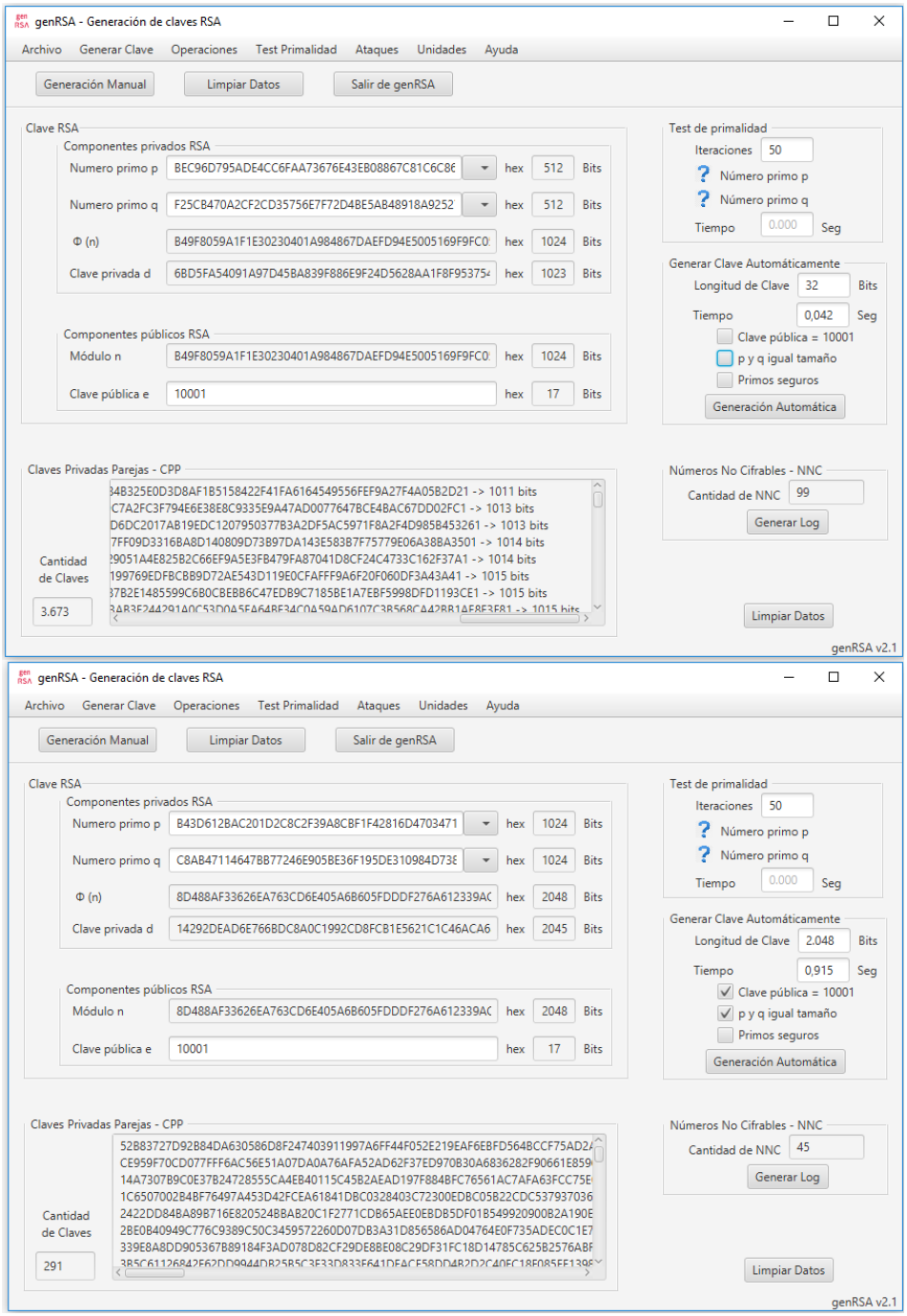
1.9. Aunque la clave RSA anterior sea de 1.024 bits y hoy se usen claves de 2.048 bits, ¿podría ser ésta una clave real de un servidor web seguro de hace unos 5 o más años?

1.10. Abre el archivo clave1024_muchasCPP.html y comprueba que la clave privada pareja de menor tamaño tiene 1.011 bits y la mayor 1.024 bits.

1.11. ¿Por qué motivo todas las CPP se encuentran tan cerca del módulo de cifra?
1.12. ¿El hecho de que esta clave tenga más de 3.600 CPP, la convierte en débil? ¿Por qué sí o por qué no? Justifica tu respuesta.
1.13. Genera de forma Automática en hexadecimal una clave RSA de 2.048 bits real, con Clave pública e = 10001, p y q de 1.024 bits (sin primos seguros), y que tenga más de 50 CPP.
1.14. En un próximo cuaderno de laboratorio vamos a generar claves RSA con OpenSSL y vas a comprobar que ese programa no muestra las CPP. ¿Por qué crees que no las muestra?

Comprueba tu trabajo:





II. Minimizando las claves privadas parejas en RSA

Ejercicio 2)

2.1. Con genRSA v2.1 genera de forma Manual una clave RSA decimal eligiendo desde la misma ventana los valores de p y q como primos de 3 dígitos y pon como clave pública un número impar de 2 dígitos, e.g. 11, 37, 49, 63, etc.

2.2. Como los valores que propone genRSA v2.1 son primos seguros, comprueba que la cantidad de CPP siempre será 1, la menor posible.

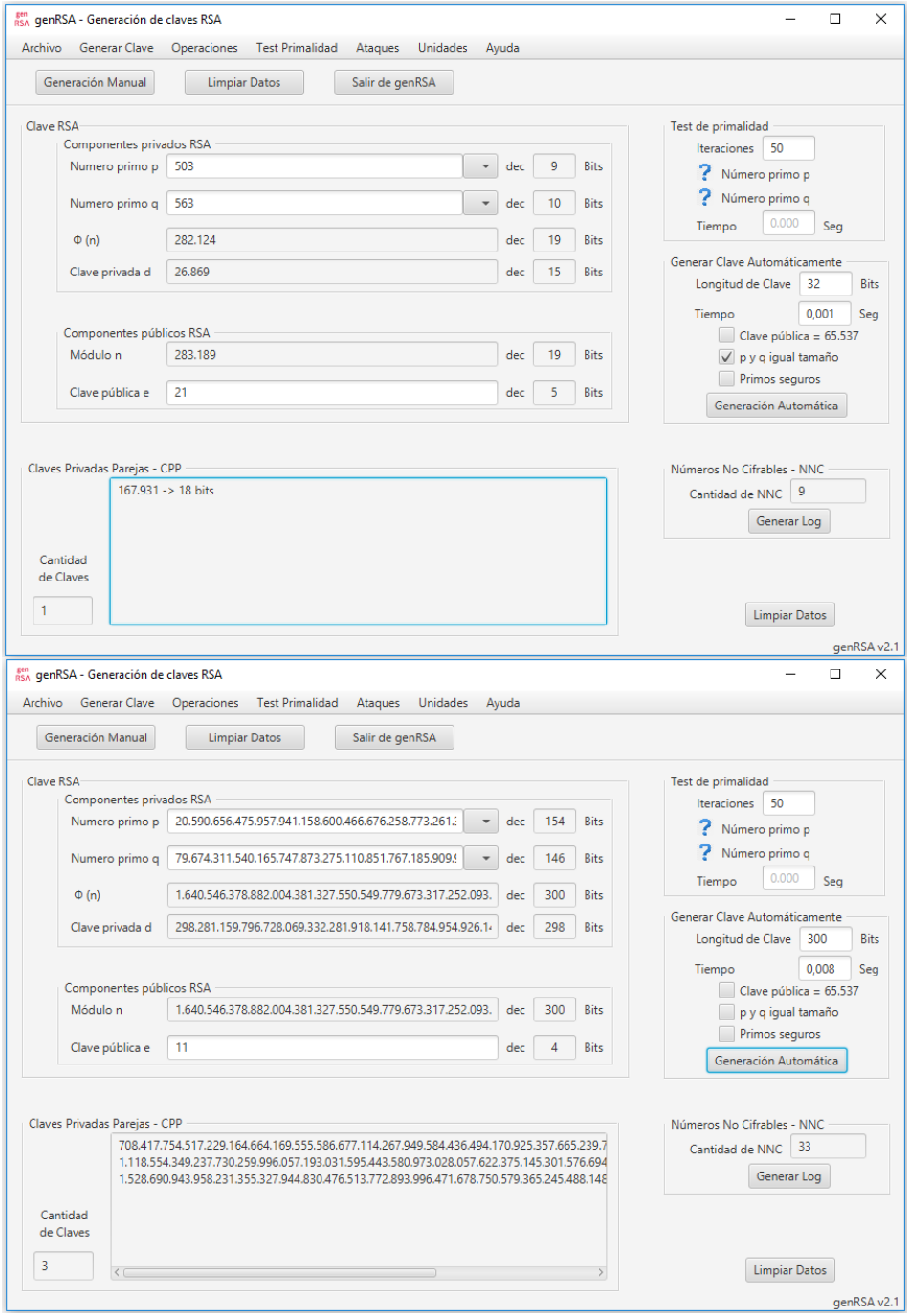
2.3. Genera de forma Automática varias claves de 300 bits, desactivando todas las opciones de la Generación Automática.

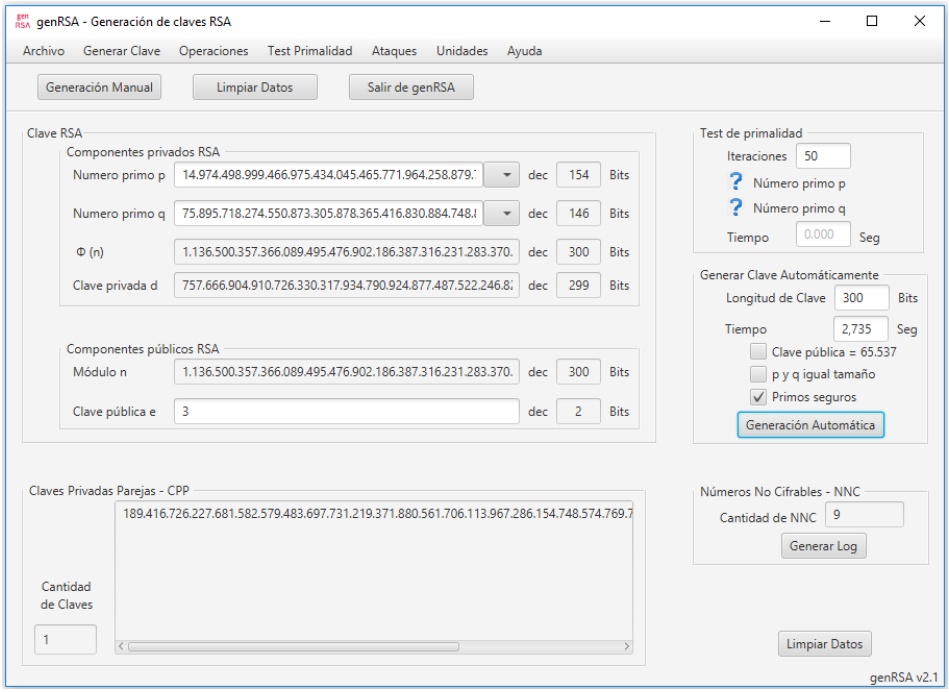
2.4. Comprueba que en este caso el valor de Clave pública e será siempre el número impar más bajo posible y que el número de CPP cambia de una a otra clave.

2.5. ¿Por qué siempre la clave pública, o la clave privada, es un número impar? ¿Por qué no puede ser un número par?

2.6. Repite el apartado 2.3 activando ahora solamente la opción Primos seguros.

Comprueba tu trabajo:





III. Claves públicas parejas en RSA

Ejercicio 3)

3.1. Genera de forma Manual una clave RSA decimal con p = 2.441, q = 3.769, e = 65.537.

3.2. Copia al portapapeles el valor de la clave privada 6.678.593 y pega ese valor en la casilla de la Clave pública e. Hecho esto, haz clic en Generación Manual.

3.3. Observa que las claves pública y privada han cambiado de lugar. Los números que se observan ahora como “Claves Privadas Parejas”, corresponderán lógicamente a las Claves Públicas Parejas.

3.4. Repite el ejercicio, ahora generando de forma Automática varias claves reales en formato hexadecimal de 2.048 bits, con primos p y q de igual tamaño y Clave pública 10001, hasta que tengas una clave con solo 1 Clave Privada Pareja.

3.5. Selecciona el valor de la Clave privada d y cópiala en el portapapeles. Pega ese número en la casilla de la Clave pública e.

3.6. Hecho esto, vuelva generar la clave pero ahora Manualmente y observa lo que sucede con las claves pública y privada.

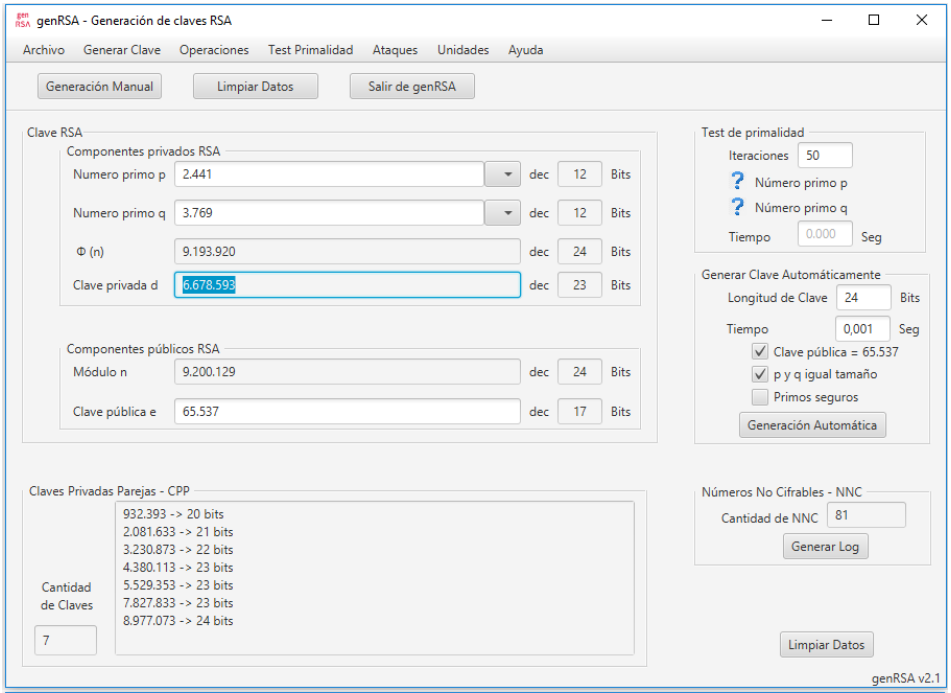
3.7. Observa que en muchos casos, la cantidad de Claves Públicas Parejas aumenta en una unidad con respecto a las Claves Privadas Parejas..

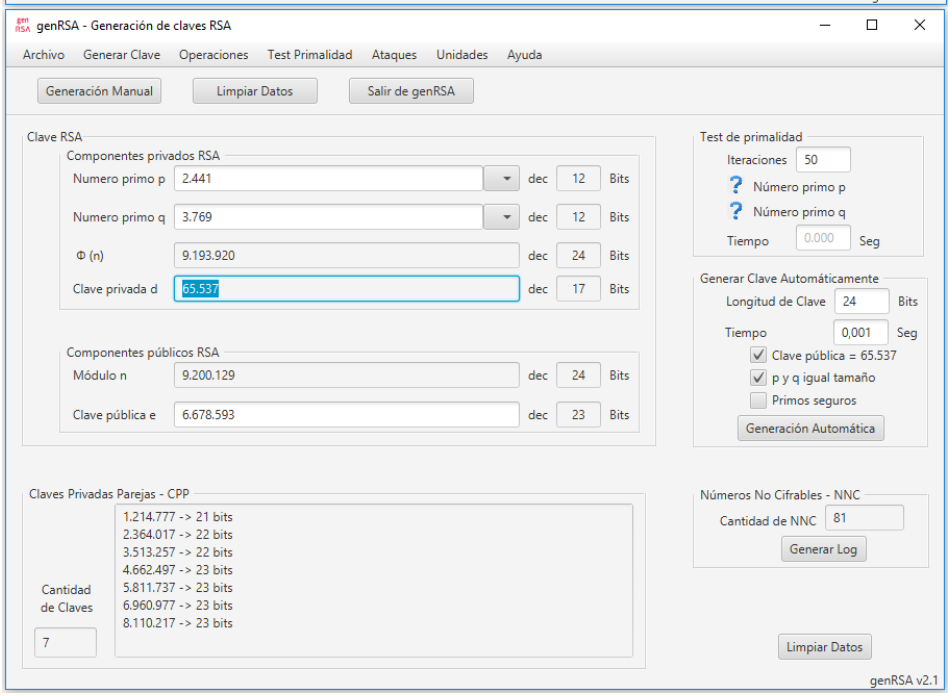
3.8. ¿Podría ser un problema el hecho de que se pueda comprobar una firma digital RSA con un valor de clave pública diferente al estándar, el número 4 de Fermat?

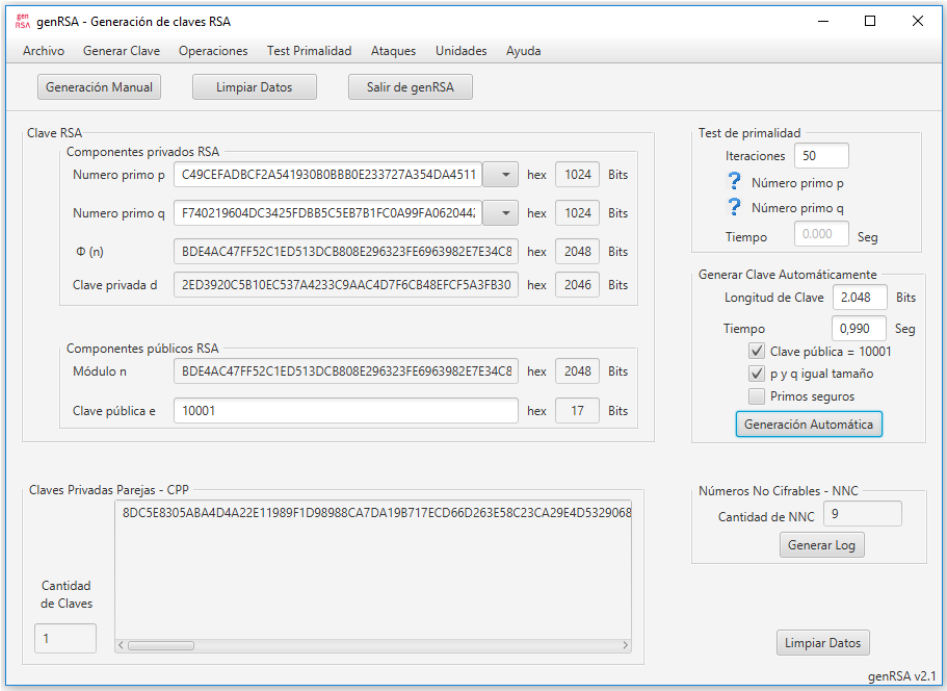
3.9. Visto lo anterior, ¿puedes justificar por qué no se permite que el usuario elija un valor aleatorio de clave pública?

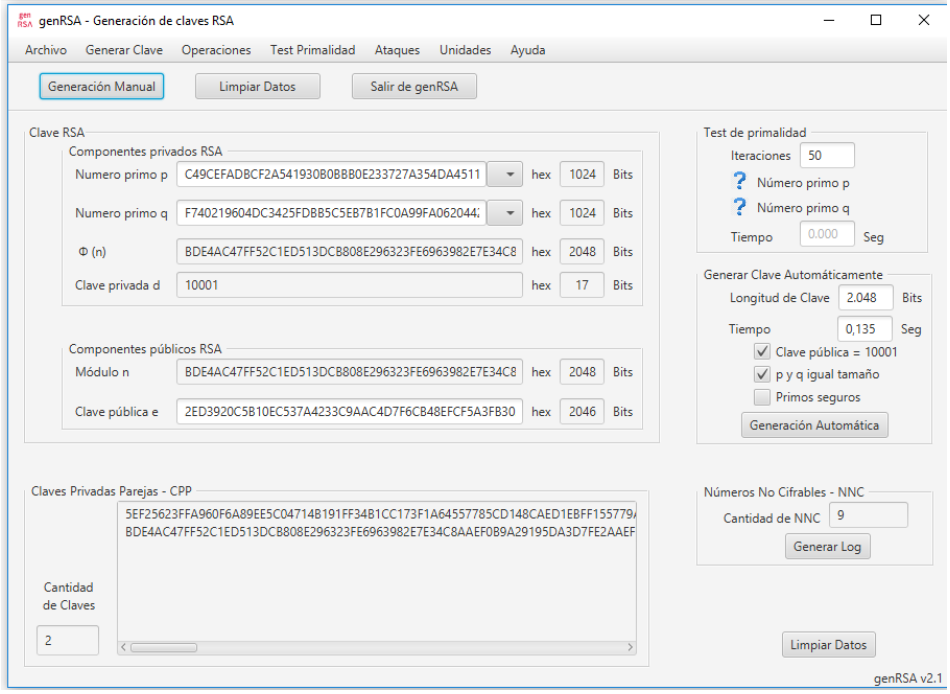
3.10. Si se permitiese que el usuario al generar su clave RSA pudiera elegir un valor aleatorio para su Clave pública, ¿qué limitaciones le pondrías?

Comprueba tu trabajo:


genRSA - Generación de claves RSA
Archivo Generar Clave Operaciones Test Primalidad Ataques Unidades Ayuda
Generación Manual
Limpiar Datos
Salir de genRSA
Clave RSA
Componentes privados RSA
Numero primo p 2.441 dec 12 Bits
Numero primo q 3.769 dec 12 Bits
Φ (n) 9.193.920 dec 24 Bits
Clave privada d 6.678.593 dec 23 Bits
Componentes públicos RSA
Módulo n 9.200.129 dec 24 Bits
Clave pública e 65.537 dec 17 Bits
Test de primalidad
Iteraciones 50
Número primo p
Número primo q
Tiempo 0.000 Seg
Generar Clave Automáticamente
Longitud de Clave 24 Bits
Tiempo 0,001 Seg
Clave pública = 65.537
p y q igual tamaño
Primos seguros
Generación Automática
Claves Privadas Parejas - CPP
932.393 -> 20 bits
2.081.633 -> 21 bits
3.230.873 -> 22 bits
4.380.113 -> 23 bits
5.529.353 -> 23 bits
7.827.833 -> 23 bits
8.977.073 -> 24 bits
Cantidad de Claves
7
Números No Cifrables - NNC
Cantidad de NNC 81
Generar Log
Limpiar Datos
genRSA v2.1


genRSA - Generación de claves RSA
Archivo Generar Clave Operaciones Test Primalidad Ataques Unidades Ayuda
Generación Manual
Limpiar Datos
Salir de genRSA
Clave RSA
Componentes privados RSA
Numero primo p 2.441 dec 12 Bits
Numero primo q 3.769 dec 12 Bits
Φ (n) 9.193.920 dec 24 Bits
Clave privada d 65.537 dec 17 Bits
Componentes públicos RSA
Módulo n 9.200.129 dec 24 Bits
Clave pública e 6.678.593 dec 23 Bits
Test de primalidad
Iteraciones 50
Número primo p
Número primo q
Tiempo 0.000 Seg
Generar Clave Automáticamente
Longitud de Clave 24 Bits
Tiempo 0,001 Seg
Clave pública = 65.537
p y q igual tamaño
Primos seguros
Generación Automática
Claves Privadas Parejas - CPP
1.214.777 -> 21 bits
2.364.017 -> 22 bits
3.513.257 -> 22 bits
4.662.497 -> 23 bits
5.811.737 -> 23 bits
6.960.977 -> 23 bits
8.110.217 -> 23 bits
Cantidad de Claves
7
Números No Cifrables - NNC
Cantidad de NNC 81
Generar Log
Limpiar Datos
genRSA v2.1


genRSA - Generación de claves RSA
Archivo Generar Clave Operaciones Test Primalidad Ataques Unidades Ayuda
Generación Manual
Limpiar Datos
Salir de genRSA
Clave RSA
Componentes privados RSA
Numero primo p C49CEFADBCF2A541930B0BBB0E233727A354DA4511 hex 1024 Bits
Numero primo q F740219604DC3425FDBB5C5EB7B1FC0A99FA062044 hex 1024 Bits
Φ (n) BDE4AC47FF52C1ED513DCB808E296323FE6963982E7E34C8 hex 2048 Bits
Clave privada d 2ED3920C5B10EC537A4233C9AAC4D7F6CB48EFCF5A3FB30 hex 2046 Bits
Componentes públicos RSA
Módulo n BDE4AC47FF52C1ED513DCB808E296323FE6963982E7E34C8 hex 2048 Bits
Clave pública e 10001 hex 17 Bits
Test de primalidad
Iteraciones 50
Número primo p
Número primo q
Tiempo 0.000 Seg
Generar Clave Automáticamente
Longitud de Clave 2.048 Bits
Tiempo 0,990 Seg
Clave pública = 10001
p y q igual tamaño
Primos seguros
Generación Automática
Claves Privadas Parejas - CPP
8DC5E8305ABA4D4A22E11989F1D98988CA7DA19B717ECD66D263E58C23CA29E4D5329068
Cantidad de Claves
1
Números No Cifrables - NNC
Cantidad de NNC 9
Generar Log
Limpiar Datos
genRSA v2.1


genRSA - Generación de claves RSA
Archivo Generar Clave Operaciones Test Primalidad Ataques Unidades Ayuda
Generación Manual
Limpiar Datos
Salir de genRSA
Clave RSA
Componentes privados RSA
Numero primo p C49CEFADBCF2A541930B0BBB0E233727A354DA4511 hex 1024 Bits
Numero primo q F740219604DC3425FDBB5C5EB7B1FC0A99FA062044 hex 1024 Bits
Φ (n) BDE4AC47FF52C1ED513DCB808E296323FE6963982E7E34C8 hex 2048 Bits
Clave privada d 10001 hex 17 Bits
Componentes públicos RSA
Módulo n BDE4AC47FF52C1ED513DCB808E296323FE6963982E7E34C8 hex 2048 Bits
Clave pública e 2ED3920C5B10EC537A4233C9AAC4D7F6CB48EFCF5A3FB30 hex 2046 Bits
Test de primalidad
Iteraciones 50
Número primo p
Número primo q
Tiempo 0.000 Seg
Generar Clave Automáticamente
Longitud de Clave 2.048 Bits
Tiempo 0,135 Seg
Clave pública = 10001
p y q igual tamaño
Primos seguros
Generación Automática
Claves Privadas Parejas - CPP
5EF25623FFA960F6A89EE5C04714B191FF34B1CC173F1A64557785CD148CAED1EBFF155779
BDE4AC47FF52C1ED513DCB808E296323FE6963982E7E34C8AAEF0B9A29195DA3D7FE2AAEF
Cantidad de Claves
2
Números No Cifrables - NNC
Cantidad de NNC 9
Generar Log
Limpiar Datos
genRSA v2.1